

Приложение 2 к РПД
Методика обучения математике
44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)
направленность (профили)
Математика. Физика
Форма обучения – очная
Год набора – 2022

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

1. Общие сведения

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
3.	Направленность (профили)	Математика. Физика
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.О.03.07 Методика обучения математике
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2022

2. Перечень компетенций

ОПК-2. Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)
ОПК-5. Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов

3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)	Формируемая компетенция	Критерии и показатели оценивания компетенций			Формы контроля сформированности компетенций
		Знать:	Уметь:	Владеть:	
Раздел 1. Общая методика обучения математике	ОПК-2 ОПК-5 ОПК-8 ПК-1 ПК-3	<ul style="list-style-type: none"> – основные понятия и утверждения, входящие в содержание дисциплины; – основные положения школьного курса математики: алгебры, геометрии и начал анализа; 	<ul style="list-style-type: none"> – решать практико-ориентированные задачи по разделам курса; – применять теоретический материал; – творчески подходить к решению профессиональных задач; 	<ul style="list-style-type: none"> – навыками формирования у учащихся математических понятий, алгоритмов, теорем; – навыками решения математических задач базового уровня и повышенной сложности; – основами методической культуры учителя математики; – базовыми профессиональными умениями (анализировать, конструировать, оценивать свою деятельность и деятельность учащихся); – разнообразными методами, приемами и способами организации деятельности учащихся; 	Активность на занятиях Выполнение домашних заданий Выполнение контрольной работы Тест
Раздел 2. Частная методика обучения математике в средней школе	ОПК-2 ОПК-5 ОПК-8 ПК-1 ПК-3	<ul style="list-style-type: none"> – способы и методы решения школьных задач; – методы и формы обучения математике; – методику обучения математическим понятиям, алгоритмам, теоремам; 	<ul style="list-style-type: none"> – выбирать и реализовывать наиболее рациональный метод решения задачи; – реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов; 	<ul style="list-style-type: none"> – применять современные методики и технологии обучения 	Активность на занятиях Выполнение домашних заданий Выполнение контрольной работы Тест
Раздел 3. Методика обучения алгебре и элементам математического анализа в старшей школе	ОПК-2 ОПК-5 ОПК-8 ПК-1 ПК-3				Активность на занятиях Выполнение домашних заданий Выполнение контрольной работы Итоговый тест

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы:

«неудовлетворительно» – 60 баллов и менее; «удовлетворительно» – 61-80 баллов; «хорошо» – 81-90 баллов; «отлично» – 91-100 баллов

4. Критерии и шкалы оценивания

4.1. Активность на занятиях

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за активность на занятии	0,2	0,6	0,8	1

4.2. Выполнение домашнего задания

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполненное домашнее задание	0,2	0,5	0,8	1

4.3. Выполнение контрольной работы

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполнение контрольной работы	5	10	15	20

4.4. Выполнение теста

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполненный тест	менее 10	11-16	17-18	19-20

5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

5.1. Типовое домашнее задание

Примеры выполнения логико-математического анализа родовидового определения понятия

Пример 1. Определение неправильной дроби.

Дробь, в которой числитель больше знаменателя или равен ему, называется неправильной дробью.

Термин – неправильная дробь; род – дробь; видовые отличия – числитель больше знаменателя, числитель равен знаменателю.

Видовые отличия соединены дизъюнктивно.

Вывод: определение неправильной дроби вербальное, дизъюнктивное.

Пример 2. Определение параллельных прямых.

Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Термин – параллельные прямые; род – пары прямых; видовые отличия – лежат в одной плоскости, не пересекаются.

Видовые отличия соединены конъюнктивно.

Вывод: определение параллельных прямых вербальное, конъюнктивное.

Логико-математический анализ правил (алгоритмов)

Пример. Рассмотрим методику введения правила деления дроби на дробь: «Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю». Проводим логико-математический анализ этого правила.

Цель введения правила: сформировать умение выполнять деление дробных чисел.

1. Данное правило – не алгоритм, так как не обладает свойствами алгоритма, а именно:

- свойством массовости (правило не является руководством для выполнения деления на натуральное число, деления смешанных чисел);

- свойством элементарности и дискретности (не выделены отдельные и законченные шаги);

- свойством детерминированности (не определен первый шаг, нет строгой направленности процесса выполнения действия);

- свойством результативности (так как не обладает ни одним из указанных выше свойств).

2. Логические условия определения делимого, делителя и числа, обратного данному.

3. Базовые знания: понятие дроби; дробного числа; числа, обратного данному. Умения: выполнять преобразования дробных чисел (преобразование смешанного числа в неправильную дробь, обратное преобразование); при менять правило умножения дробей; упрощать дробь (сокращение дроби).

Далее разрабатываем алгоритм.

Разрабатывать алгоритмическое предписание можно двумя путями: сформулировать алгоритм для нахождения частного двух дробей и затем на примерах показать его применение к частным случаям деления натурального числа на дробь и дроби на натуральное число, деления смешанных чисел; частные случаи сразу включать в рассмотрение.

Первый путь. Алгоритмическое предписание деления дроби на дробь: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$.

1. Определите делимое $\left(\frac{a}{b}\right)$.
2. Определите делитель $\left(\frac{c}{d}\right)$.
3. Найдите дробь, обратную делителю $\left(\frac{d}{c}\right)$.
4. Делимое умножить на число, обратное делителю по правилу умножения дроби на дробь $\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$.
5. Если возможно, полученную дробь упростите (сократите), выделите целую часть.
6. Запишите ответ.

Частные случаи:

- если делимое или делитель – целое число, то, прежде чем приступать к выполнению предписания, представить его в виде дроби со знаменателем единица $\left(a = \frac{a}{1}\right)$;
- если хотя бы один из компонентов действия – смешанное число, выразить его в виде дробного числа $\left(A\frac{b}{c} = \frac{Ac+b}{c}\right)$.

Второй путь. Вариант оформления алгоритмического предписания.

Необходимо выполнить систему подготовительных упражнений:

- сократите дроби: $\frac{5 \cdot 2}{15}; \frac{6 \cdot 4}{12 \cdot 3};$
- исключите целую часть: $\frac{35}{8}; \frac{20}{6};$
- замените неправильной дробью: $2\frac{3}{8}; 6\frac{1}{4};$
- найдите произведение дробей: $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{3}; \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{25}; \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2};$
- найдите число, обратное данному: $\frac{3}{5}; 2; 1\frac{2}{3}; 1;$
- умножьте: $\frac{5}{6}$ на число, обратное $\frac{1}{5}; 1\frac{1}{2}$ на число, обратное $\frac{1}{4}.$

Математические утверждения. Теорема. Работа с теоремой, ее доказательством при обучении математике

Пример. Выполнить анализ математического утверждения: «Сумма смежных углов равна 180^0 », а также утверждений: обратного данному, противоположного данному и противоположного обратному.

1. Утверждение сформулировано в *категоричной форме*.

2. Целесообразно утверждение переформулировать, используя *импликативную форму*:

Данное утверждение (1): «Если углы смежные, то их сумма равна 180^0 ».

3. Утверждение, *обратное данному* (2): «Если сумма двух углов равна 180^0 , то углы смежные».

4. Утверждение, *противоположное данному* (3): «Если углы не смежные, то их сумма не равна 180^0 ».

5. Утверждение, *обратное противоположному* (4): «Если сумма двух углов не равна 180^0 , то углы не смежные».

Анализ математического утверждения «Сумма смежных углов равна 180^0 ».

Утверждение	Разъяснительная часть	Условие	Заключение	Истинно/ложно	Простое/сложное
1	Множество пар углов	Углы смежные	Их сумма равна 180^0	Истина	Простое
2	Множество пар углов	Сумма углов равна 180^0	Углы смежные	Ложь	Простое
3	Множество пар углов	Углы смежные	Их сумма не равна 180^0	Ложь	Простое
4	Множество пар углов	Сумма углов не равна 180^0	Углы не смежные	Истина	Простое

Методы решения уравнений

1. Решить уравнение: $\sqrt{2x+5} + \sqrt{5x-6} = 5$ ОДЗ: $\begin{cases} 2x+5 \geq 0, \\ 5x-6 \geq 0, \end{cases}$ $\begin{cases} 2x \geq -5, \\ 5x \geq 6, \end{cases}$, $x \geq 1,2$.

$$\sqrt{2x+5} = 5 - \sqrt{5x-6} \quad 5 - \sqrt{5x-6} \geq 0, \quad -\sqrt{5x-6} \geq -5, \quad \sqrt{5x-6} \leq 5, \quad 5x-6 \leq 25,$$

$$5x \leq 25+6, \quad 5x \leq 31, \quad x \leq 6,2$$

$$2x+5 = 25 - 10\sqrt{5x-6} + 5x - 6$$

$$10\sqrt{5x-6} = 14 + 3x$$

$$100(5x-6) = 196 + 84x + 9x^2$$

$$500x - 600 = 196 + 84x + 9x^2$$

$$9x^2 - 416x + 796 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 43264 - 9 \cdot 796 = 36100 = 190^2$$

$$x_1 = \frac{208 - 190}{9} = 2, \quad x_2 = \frac{208 + 190}{9} = \frac{398}{9} = 44\frac{2}{9}$$

Произошло расширение области определения уравнения, так как исчезли корни, то не стало ограничений.
Проверка обязательна.

Если $x = 2$, то $\sqrt{2 \cdot 2 + 5} + \sqrt{5 \cdot 2 - 6} = 5$ – верное равенство.

Если $x = 44\frac{2}{9}$, то $\sqrt{2 \cdot \frac{398}{9} + 5} + \sqrt{5 \cdot \frac{398}{9} - 6} = 5$ – верное равенство.

Левая часть больше правой части равенства, следовательно, это посторонний корень.

Ответ: 2.

5.2. Типовые контрольные работы

Контрольная работа «Тождественные преобразования выражений»

Выполните задания и записать вопросы, с помощью которых может быть направлен поиск их решения

1. Разложите на множители выражение:

a) $4x^2 - 20xy + 25y^2 - 2x + 5y$; б) $x^2 - 9y^2 + 30yz - 25z^2$.

2. Упростить выражение:

$$\left(\frac{x}{xy+y^2} - \frac{y}{x^2+xy} \right) \cdot \left(\frac{x}{x^2-y^2} - \frac{1}{x+y} \right);$$

3. Сократить дробь:

a) $\frac{9a^2 - 6a + 1}{1 - 3a + b - 3ab}$; б) $\frac{a - 7\sqrt{a} + 12}{4 - \sqrt{a}}$.

4. Найти значение выражения $\sqrt{x - 4\sqrt{x-4}} - \sqrt{x + 4\sqrt{x-4}}$ при $x = 2018$.

5. Зная, что $\frac{a}{b} = 5$, найдите значение выражения: $\frac{a+2b}{2a}$.

Контрольная работа «Основные методы решения уравнений»

Решить уравнения и записать методический комментарий к решению:

1) $\operatorname{tg}x \cdot \sqrt{16 - x^2} = 0$;

2) $3 \log_4^2 x - 7 \log_4 x + 2 = 0;$

3) $\cos^2(\pi - x) + \sin 2x = 0;$

4) $27^{5-x^2} - 3^{x^2-1} = 0$

5) $2^x = 6 - x$

Ключ

№ задания	Правильный ответ
1	$0; \pm \pi; \pm 4$
2	$\sqrt[3]{4}; 16$
3	$\frac{\pi}{2} + \pi n; -\arctg \frac{1}{2} + \pi n$
4	$-2; 2$
5	2

Контрольная работа «Методы решения неравенств»

Решить неравенства и записать методический комментарий к ним:

1. $|2x - 1| \geq x$

$\log_{\frac{1}{2}}(2x^2 - 5x) \geq \log_{\frac{1}{2}}(2x - 3)$

2.

$\left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{6x-1}{x}-1} \geq \frac{81}{64}$

3.

$x - 3 < \sqrt{x - 2}$

5. $\frac{x^2(2x-9)(x-1)^3}{(x+4)^5(2x-6)^4} \leq 0$

$\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) < 1$

6.

Ключ

№ задания	Правильный ответ
1	$(-\infty; \frac{1}{3}] \cup [1; +\infty)$
2	$(2, 5; 3]$
3	$\left(0; \frac{1}{7}\right]$
4	$\left[2; \frac{7+\sqrt{5}}{2}\right]$
5	$(-\infty; -4) \cup \{0\} \cup [1; 3] \cup (3; 4, 5]$
6	$\left(-\frac{2\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}; \frac{\pi n}{3}\right)$

5.3. Типовой итоговый тест:

I. Общая теория и методика обучения математике

1. Основной формой организации учебно-воспитательной работы с учащимися в школе является ...

а) урок

б) консультация

в) домашняя работа

г) экзамен

2. К логическим методам научного познания не относятся ...

- а) сравнение и аналогия
- б) контроль и оценка
- в) индукция и дедукция
- г) анализ и синтез

3. Комплексная проверка образовательных результатов ученика по всем ключевым направлениям, проводимая в конце четверти, семестра или учебного года...

- а) текущий контроль
- б) итоговый контроль
- в) повторный контроль
- г) срез остаточных знаний

4. Математическое предложение, которое принимается без доказательства в рамках определенной теории...

- а) суждение
- б) свойство
- в) аксиома
- г) постулат

5. Основой какого метода решения задач является выявление всех логических возможностей и отбор из них таких, которые удовлетворяют условию задачи ...

- а) метода сведения
- б) метода моделирования
- в) метода нахождения приближенных значений искомых величин
- г) метода исчерпывающих проб

II. Методика обучения математике в 5-6 классах

1. Основной задачей обучения геометрическому материалу в 1-6 классах является ...

- а) создание системы геометрических образов
- б) создание системы геометрических понятий
- в) систематическое изучение свойств геометрических фигур
- г) систематическое изучение свойств геометрических тел

2. Систематическое изучение дробей начинается ...

- а) в 3 классе
- б) в 5 классе
- в) в 6 классе
- г) в 7 классе

3. Основной метод изучения геометрии в 5-6 классах ...

- а) наглядно-индуктивный
- б) аналитико-синтетический
- в) полной индукции
- г) абстрактно-дедуктивный

4. С каким понятием учащиеся не знакомятся в 6 классе ...

- а) наименьшее общее кратное
- б) наибольший общий делитель
- в) взаимно простые числа
- г) наибольшее значение функции

5. Два числа, равные по абсолютной величине, но имеющие разные знаки называются ...

- а) смешанными числами
- б) обратными числами
- в) противоположными числами
- г) взаимно обратными числами

III. Методика обучения алгебре и началам анализа в 7-11 классах

1. Приоритетной содержательно-методической линией в учебниках А.Г. Мордковича для 7-11 классов является ...

- а) числовая линия
- б) линия тождественных преобразований
- в) линия уравнений и неравенств
- г) функционально-графическая линия

2. Уравнения и неравенства в средней школе изучаются...

- а) в курсе алгебры 7-8 классов
- б) в курсе алгебры 9 класса
- в) на протяжении всего курса алгебры и начал анализа
- г) в курсе алгебры и начал анализа 10-11 классов

3. Какое преобразование не приводит к потере корней:

- а) деление обеих частей уравнения на одно и тоже выражение с переменной (кроме тех случаев, когда точно известно, что всюду в области определения уравнения данное выражение не равно нулю)
- б) извлечение корня нечетной степени
- в) извлечение корня четной степени
- г) логарифмирование обеих частей уравнения

4. Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ при $a = 0$

- а) не имеет корней
- б) имеет один корень
- в) имеет два различных корня
- г) имеет два одинаковых корня

5. С техникой дифференцирования учащиеся знакомятся ...

- а) в 8 классе
- б) в 9 классе
- в) в 10-11 классах
- г) не знакомятся в школьном курсе

IV. Методика обучения геометрии в 7-11 классах

1. Предложения $A \Rightarrow B$ и $B \Rightarrow A$ называются ...

- а) взаимно обратными
- б) взаимно противоположными
- в) отрицательными
- г) дополнительными

2. Какое из следующих понятий в школьном курсе геометрии является определяемым ...

- а) точка
- б) прямая
- в) отрезок
- г) плоскость

3. Если прямые лежат в одной плоскости, то они не могут быть ...

- а) параллельными
- б) пересекающимися
- в) скрещивающимися
- г) совпадающими

4. Решением треугольника называется нахождение ...

- а) всех его сторон
- б) всех его углов
- в) медиан, биссектрис и высот треугольника
- г) всех его сторон и всех его углов

5. Центральный угол – это...

- а) угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность
- б) угол, с вершиной в центре окружности
- в) угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны касаются окружности
- г) угол, с вершиной на окружности

Ключ к тестовым заданиям

этап № вопр	1	2	3	4
1	а	а	г	а
2	б	б	в	в
3	б	а	б	в
4	в	г	б	г
5	г	в	в	б

5.4. Вопросы к зачетам

1. Цели обучения математике в школе. Значение школьного курса математики в общем образовании. Содержательные линии школьного курса математики. Анализ программ для 5-11 классов.
2. Принципы дидактики в обучении математике.
3. Научные методы обучения математике.
4. Репродуктивные и продуктивные методы обучения математике. Применение проблемного обучения, программируемого обучения, ЭВМ в обучении математике.
5. Математические понятия и методика их формирования.
6. Аксиомы и теоремы, методика их изучения.
7. Роль задач в обучении математике. Методика работы над текстовой задачей.
8. Формы организации урока математики. Типы уроков, их структура. Основные требования к уроку. Уроки-лекции, семинары, практикумы, зачет.
9. Планирование работы учителя. Подготовка учителя к уроку.
10. Организация самостоятельной деятельности учащихся. Проверка знаний учащихся, нормы оценок.
11. Средства обучения математике.
12. Особенности преподавания математики в школах и классах с углубленным изучением математики.
13. Методика работы над геометрической задачей.
14. Индивидуализация и дифференциация процесса обучения.
15. Методика изучения темы «Натуральные числа».
16. Методика изучения темы «Обыкновенные дроби».
17. Методика изучения темы «Десятичные дроби».
18. Методика изучения положительных и отрицательных чисел в школьном курсе.

5.5. Вопросы к экзаменам

1. Методика изучения уравнений в средней школе.
2. Методика изучения неравенств в средней школе.
3. Методика изучения тригонометрических уравнений и неравенств.
4. Последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
5. Производная в школьном курсе математики. Введение понятия производной. Вычисление производной.
6. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной. Основные типы задач на составление уравнения касательной.
7. Применение производной к исследованию функций. Основные задачи на исследование. Построение графиков функций.
8. Первообразная и интеграл. Основные задачи на применение первообразной и вычисление площадей.
9. Цели изучения стереометрии. Трудности при изучении стереометрии и пути их преодоления. Роль наглядности при изучении стереометрии. Первые уроки стереометрии.
10. Задачи на построение в курсе стереометрии (построение изображений, сечений).
11. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей.
12. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Перпендикулярность прямых и плоскостей.
13. Логическое строение школьного курса геометрии.
14. Методика изучения темы «Треугольники».
15. Методика изучения темы «Четырехугольники».
16. Методика изучения темы «Многоугольники. Правильные многоугольники».
17. Параллельность и перпендикулярность прямых на плоскости.
18. Векторы в школьном курсе математики.
19. Методика изучения темы «Декартовая система координат».
20. Методика изучения подобия.